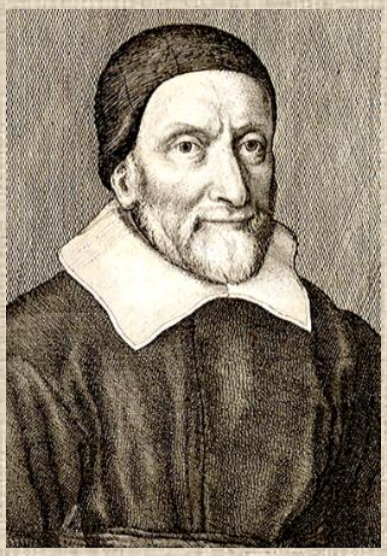
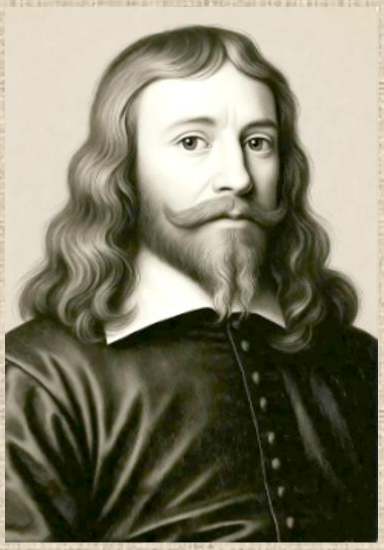
Los Diseños de Delamain y Oughtred



William Oughtred
+
William Forster



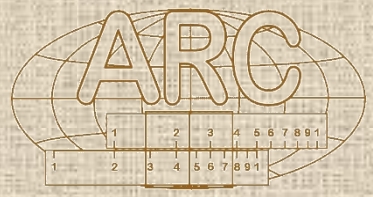
Richard Delamain

Elias Allen



Jose G. Fernández

17-11-2026



Los Diseños de Delamain y de Oughtred

Basado en sus publicaciones, por Jose G. Fernández
(segundo artículo de una serie de tres)

1 Introducción

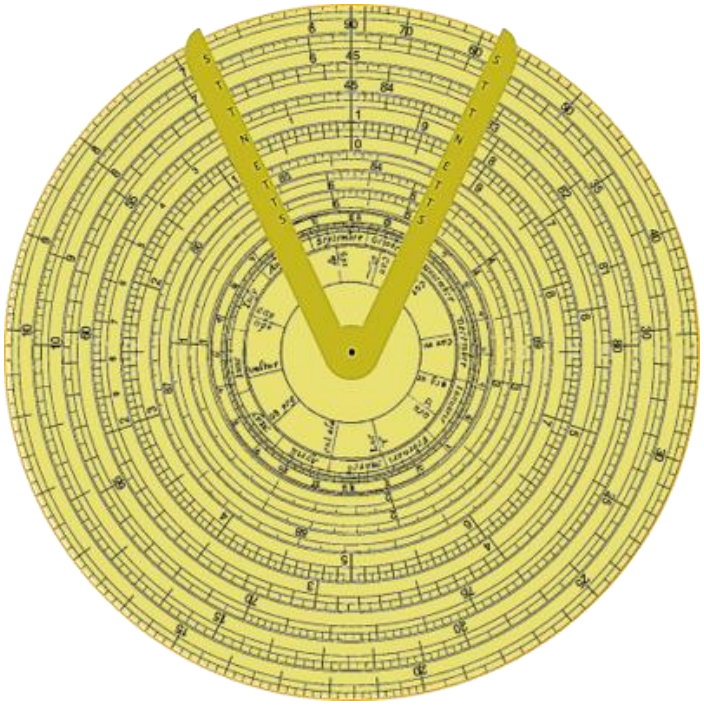
Una vez aclarada la autoría de la invención de las reglas de cálculo [4], me gustaría dedicar un artículo a los diversos diseños de reglas de cálculo que se dieron a conocer durante aquel periodo tan dinámico de cinco o seis años, entre 1630 y 1636 (las fechas de publicación aún no están claras). Por presentar el escenario completo, incluiré de nuevo algunas de las descripciones ya incluidas en el primer artículo de esta serie.

En general, todos estos diseños se basan en una estructura circular (incluyendo el formato cilíndrico). Asimismo, en las transcripciones de los textos, el término “círculo” se emplea tanto para hacer referencia a un aparato (disco o anillo) como para una escala circular. Por otra parte, el término “proyección” se utiliza para designar un conjunto completo de escalas (o segmentos de escala) grabadas, o destinadas a ser grabadas, en un instrumento.

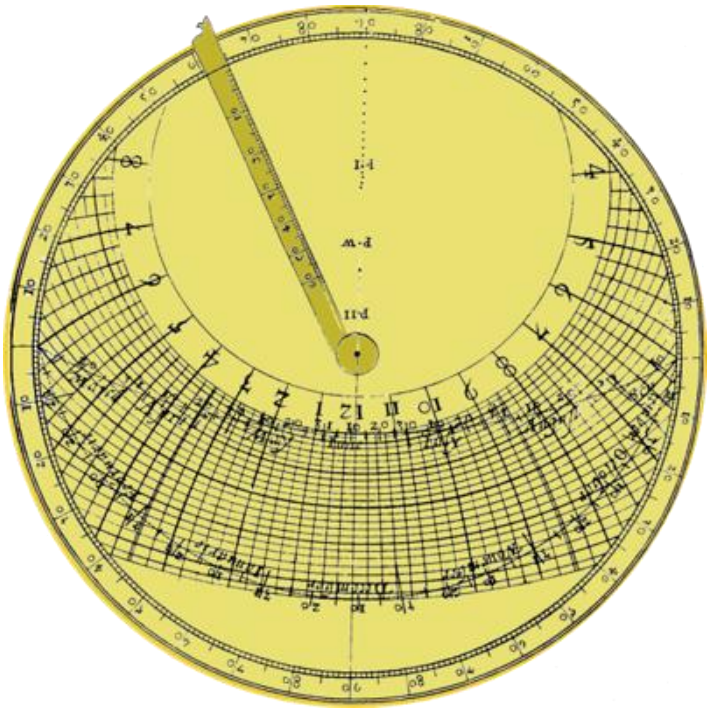
Por último, los documentos originales están en inglés. Para facilitar su consulta (o verificación), pensaba incluirlos junto con su traducción a nuestro idioma, pero he comprobado que el texto, ya largo de por sí, se hacía, a mi parecer, excesivo. Por lo tanto, solo incluyo las traducciones en color azul. Este artículo también está en Inglés y puede ser consultado.

2 El Disco con Índice de Oughtred [3]

Se trata, básicamente, de un disco grabado por ambas caras: una destinada al cálculo, la regla de cálculo circular, y la otra al “Instrumento Horizontal”. Las imágenes del documento publicado muestran todos los detalles, a excepción de los dos cursores radiales en la cara de la regla de cálculo (aquí representados mediante una simulación, con el aparato coloreado):



Círculos de Proporción



Instrumento Horizontal

No describiré el Instrumento Horizontal, ya que queda fuera del propósito de este documento (y de mis conocimientos).

2.1 Descripción del Disco de Cálculo de Oughtred

Transcrito de la publicación de Forster [3]:

Existen diversos tipos de círculos, cada uno con sus divisiones. Incluye un índice que se abre al estilo de un compás.

1. *El primero, o el más externo, es un Círculo de Senos; va desde aproximadamente 5 grados 45 minutos hasta 90 grados. Cada grado, hasta llegar a los 30, está dividido en 12 partes, donde cada parte equivale a 5 minutos. Desde*

los 30 hasta los 50 grados, las divisiones representan 10 minutos. Desde los 50 hasta los 75 grados, las divisiones corresponden a 30 minutos. A partir de ahí, hasta los 85 grados, no hay subdivisiones.

2. *El segundo es un Círculo de Tangentes; va desde aproximadamente 5 grados 45 minutos hasta 45 grados. Cada grado está dividido en 12 partes, equivalentes a 5 minutos cada una.*
3. *El tercer es un Círculo de Tangentes; va desde los 45 grados hasta los 84 grados 15 minutos. Cada grado está dividido en 12 partes, equivalentes a 5 minutos cada una.*
4. *El cuarto es el Círculo de Números Desiguales, marcados con las cifras 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1. Estos pueden interpretarse como unidades, decenas, centenas, millares, etc. Cada intervalo entre los números, hasta llegar al 5, está dividido en 100 partes; desde el 5 hasta el 1, el intervalo se divide en 50 partes.*
5. *El quinto es el Círculo de Partes Iguales, marcadas con las cifras 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0; cada intervalo está dividido en 100 partes iguales. Este quinto círculo apenas tiene utilidad, salvo para calcular potencias de un número.*
6. *El sexto es un Círculo de Tangentes; va desde los 84 grados hasta aproximadamente los 89 grados y 25 minutos.*
7. *El séptimo es un Círculo de Tangentes; va desde aproximadamente los 35 minutos hasta los 6 grados.*
8. *El octavo es un Círculo de Senos; va desde aproximadamente los 35 minutos hasta los 6 grados.*
9. *En el centro de los círculos se encuentra un Instrumento Nocturno para indicar la hora de la noche.*
10. *Denomino Línea de Unidad, o de Radio, a la línea recta que pasa por el centro y por los puntos 90 y 45.*
11. *Llamo Brazo Antecedente al brazo del Índice que, en cada operación, se sitúa sobre el antecedente, o primer término, y llamo Brazo Consecuente al que se sitúa sobre el término consecuente.*

Así pues, la disposición de las escalas es, de fuera hacia dentro: S, T1, T2, D, L, T3, T0, S0, NI; es decir, la escala de tangentes dividida en cuatro segmentos, la de senos en dos segmentos, y la NI, que consta de tres escalas (11 círculos en total). Esta configuración es la primera en una regla de cálculo que incluye escalas para senos, tangentes y mantisas referidas a una escala, D, de una década, además del Instrumento Nocturno.

2.2 El Instrumento Nocturno

De nuevo, del libro de Forster:

El Círculo Externo está dividido en dos series de 12 horas; cada hora se subdivide en cuartos y se señala mediante cifras correspondientes a las horas, tal como puede observarse en el instrumento.

El Círculo Intermedio está dividido en 12 meses, cuyos nombres aparecen escritos; cada mes se subdivide en intervalos de diez días mediante trazos más largos, y en intervalos de cinco días mediante trazos más cortos. Si el instrumento es lo suficientemente grande, es posible marcar cada día de los meses a lo largo del año mediante puntos.

El Círculo Interno está ajustado a la estrella situada en la parte posterior de la Osa Mayor, conocida comúnmente como Alioth. El resto incluye otras 12 estrellas, cuyos nombres figuran escritos en su interior, cerca del centro.

La estrella brillante en la cabeza de Aries	*Spica Virginis*
El ojo del Toro	*La Balanza del Norte*
El hombro posterior de Orión	*La cabeza de Ofiuco*
El Can Menor	*El corazón del Buitre*
El corazón del León	*La boca de Pegaso*
La cola del León	*La punta del ala de Pegaso*

Aunque no se describe en el texto transcrito, el siguiente párrafo demuestra que debe haber un orificio en el centro del disco (y del índice).

Para determinar la hora de la noche mediante la estrella Alioth:

Busca el día del mes en el círculo anual del Instrumento Nocturno y coloca el índice sobre él. Observa la hora que señala en el círculo horario y ten presente esta hora para todo ese día. Después, por la noche, cuando desees saber la hora, sostén el instrumento con la mano y muévelo arriba y abajo hasta que veas la Estrella Polar a través del orificio central y alinea la estrella llamada Alioth con el extremo del cursor del Instrumento Horizontal [sobresale del disco]. Alinea un brazo del índice con el extremo de dicho cursor y observa qué hora señala. A esta hora, suma la que habías reservado para ese día; el resultado te indicará la hora real de la noche.

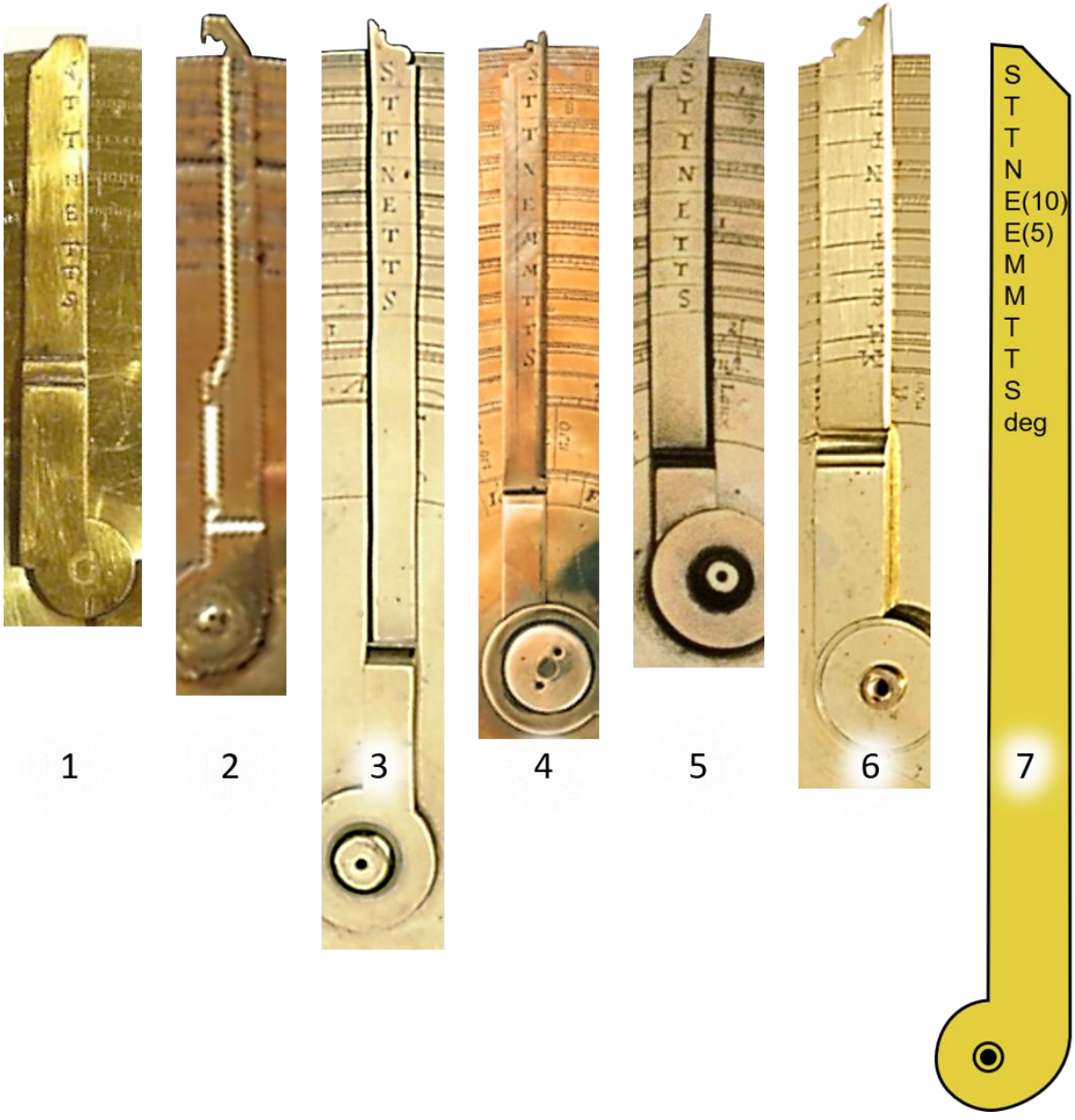
2.3 Ejemplares Existentes

En una página web del “Museu Nacional de História Natural e da Ciência” de Lisboa [6], Samuel Gessner presenta siete ejemplares conservados del disco de cálculo de Oughtred. En la siguiente tabla resumo los detalles clave de estos.

#	Localización	Fabricante	Fecha	Ø (mm)	Letras en los Cursores (de fuera a dentro)	N.I. (orificio)	Brazo Post.	Comentarios
1	Hardward University, Boston	Elias Allen	1633-1640	134	S, T, T, N, E, T, T, S	No	Radial	
2	Musée Art & Histoire, Bruselas	Elias Allen	??	147	??	No	??	Pocos datos disponibles. Parece tener dos discos con tres escalas... ¿Será de Delamain?
3	Whipple Museum of the History of Science, Cambridge	Elias Allen	1635	314	S, T, T, N, E, T, T, S	Sí	Radial	
4	National Museum of Scotland, Edinburgo	Elias Allen	1648	270	S, T, T, N, E, M, M, T, T, S	Sí	Radial	Las escalas M podrían ser de Partes de Meridiano (de 0 a 44,6 y de 44,6 a 70,2)
5	National Museum of Scotland, Edinburgo	Robert Davenport	1650	155	S, T, T, N, E, T, T, S	Sí	Radial	
6	Museu Nacional de História Natural e da Ciência, Lisboa	Elias Allen	> 1632	205	S, T, T, N, E, T, T, S, H, M	Sí	Doble	Las etiquetas en los cursores para ser leídas desde fuera (al revés del resto)
7	Histroy of Science Museum, Oxford	Elias Allen	1634	465	S, T, T, N, E10, E5, M, M, T, T, S, deg	Sí	Doble	Falta el índice de dos brazos. El cursor del Instrumento Horizontal está cambiado de lado.

Solo tengo una imagen de mala calidad del aparato n.º 2, y las imágenes del n.º 7 tampoco permiten ver los detalles con claridad. La columna “NI” indica si el aparato incluye o no el Instrumento Nocturno, lo que también supone tener un orificio central o no. Hay dos ejemplares con el cursor de la parte posterior de un diámetro de longitud (columna “Brazo Post.”), mientras que en los demás casos la longitud es de un radio. Al ser un cursor de dos brazos fijos e iguales, tendrá que ser un experto en este tipo de instrumento quien explique sus ventajas, más allá de, tal vez, desplazamientos más cortos.

A continuación, se muestran las imágenes de los cursores de cada uno de los aparatos (con tamaños adaptados):



En cuanto a la simulación del cursor del n.º 7, tras un examen detallado de las escalas, deduzco que hay una escala de “Partes Iguales” con 10 divisiones principales y otra, también de “Partes Iguales”, con 5 divisiones principales; esta última está destinada a utilizarse junto con las dos escalas de “Partes de Meridiano” (M) que le siguen (de 0 a 44,6 y de 44,6 a 70,2, al igual que en el n.º 4). La escala más interna (situada antes de la NI) abarca de 0º a 360º.

3 La Primera Regla de Cálculo Circular de Delamain [1]

El primer instrumento (el primer aparato comercial y, por tanto, la primera regla de cálculo de la historia) constaba únicamente de dos anillos concéntricos, cada uno de ellos con una escala logarítmica. De la primera publicación de Delamain:

El instrumento consta de dos círculos: uno móvil y otro fijo. El círculo móvil lleva incorporada un pequeño botón.

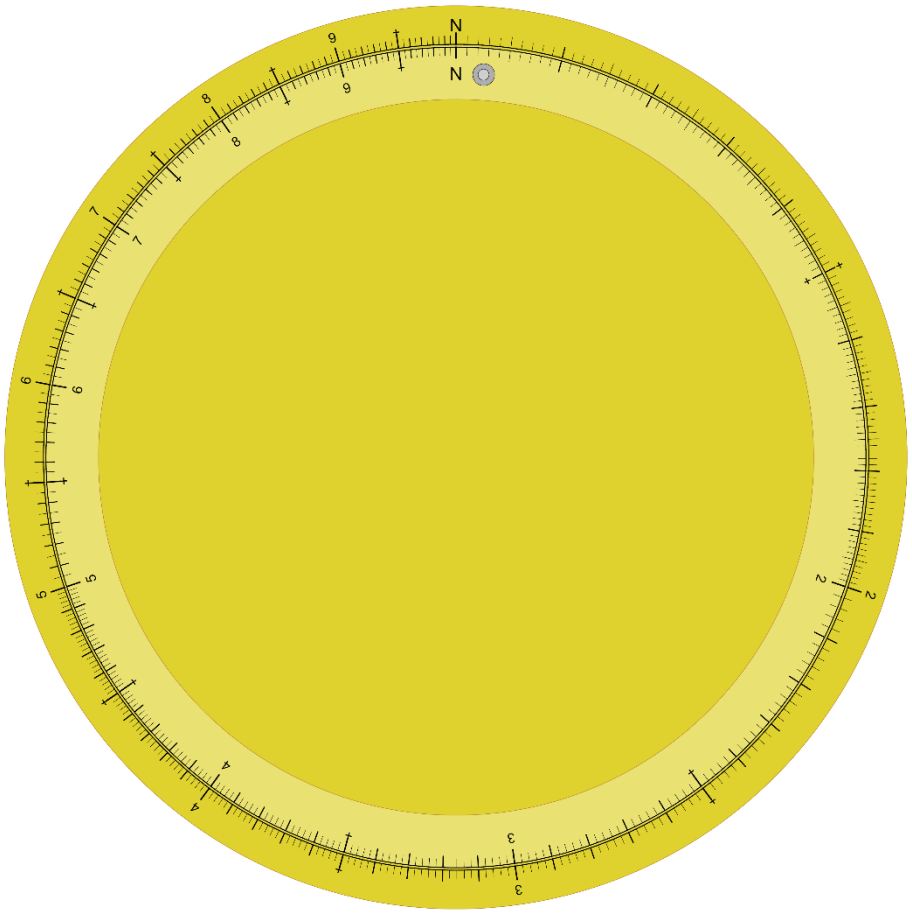
La circunferencia del círculo móvil está dividida en 10 partes desiguales, que representan los intervalos de 1 a 10, de 10 a 100, de 100 a 1000, etc., o bien de 0,1 a 1…

…dado que diez veces diez suman cien, existen 10 divisiones entre los mencionados 200 y 300 [en referencia a las marcas principales 2 y 3]*; cada una de estas divisiones representa un intervalo de 10. Asimismo, la marca “†”, situada a la mitad de dicho intervalo de cien, corresponde a valores como 250, 350, 450…*

Los números y las divisiones de la escala en el círculo fijo son idénticos a los de la escala en el círculo móvil; por tanto, ambos contienen los mismos valores. Si se alinea el número 1 de la escala móvil con el número 1 de la escala fija, cada división (numerada o no) de la móvil queda enfrentada a su correspondiente división en la escala fija.

De este modo, estos dos círculos conforman un amplio conjunto de números, uno que permanece fijo, mientras que el otro puede desplazarse.

Este instrumento, fabricado por Ellias Allen, está elaborado en plata o latón y puede realizarse en un tamaño adecuado para llevar en el bolsillo o en cualquier otro…

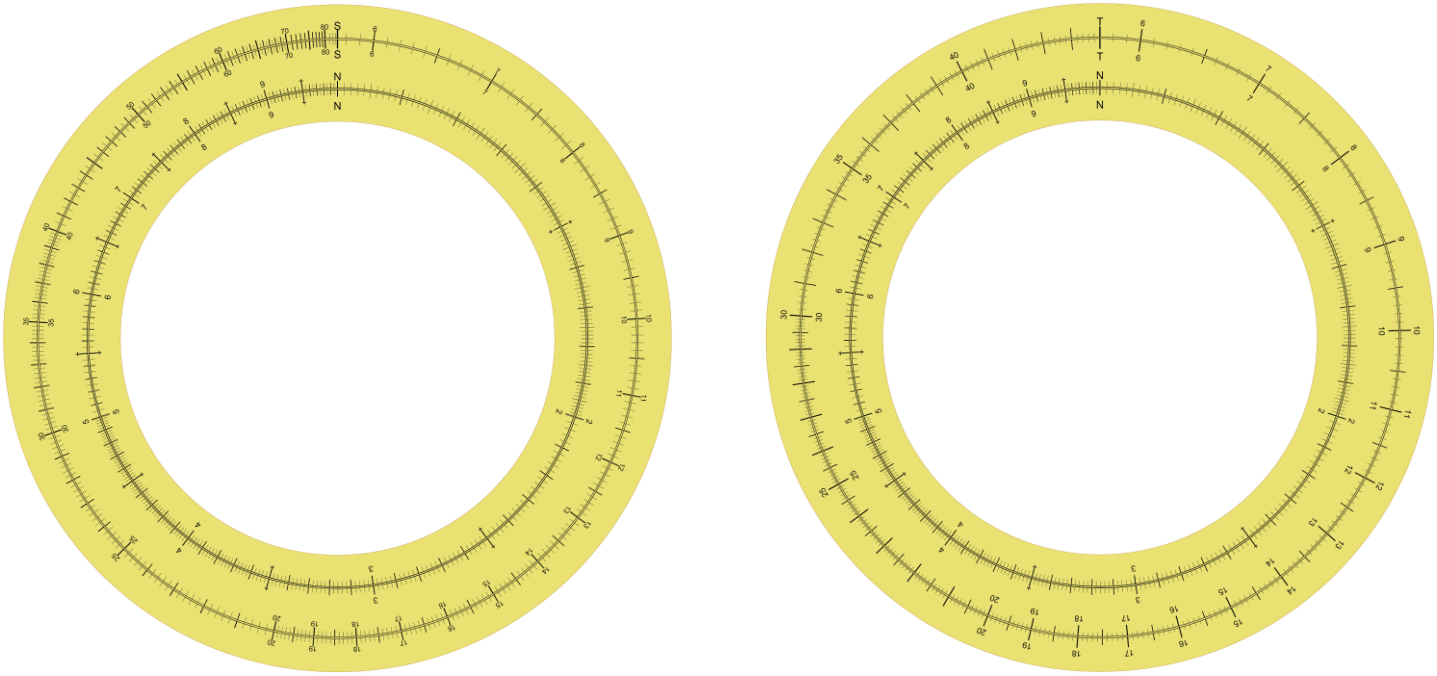


Simulación de la primera regla de cálculo de Delamain

4 La Segunda Regla de Cálculo de Delamain [1]

Ya en su primera publicación, Delamain describe una regla de cálculo de tres anillos y dos caras; en una de ellas presenta la disposición de escalas S/S', C/D y en la otra, aparentemente, T/T', C/D. A partir de su última afirmación, entiendo que las escalas de ambas caras están alineadas entre sí.

Si un aparato consta de tres círculos de igual espesor, A, B y C [A en el centro, C en el exterior y B en el interior]*, en el que el borde interior de C y el borde exterior de A están graduados con senos logarítmicos, mientras que el borde exterior de B y el borde interior de A están graduados con líneas logarítmicas; y si, además, en la cara posterior se gradúan tangentes logarítmicas, junto con líneas logarítmicas opuestas a las líneas anteriores, dicho aparato resultará adecuado para la resolución de triángulos planos y esféricos.*



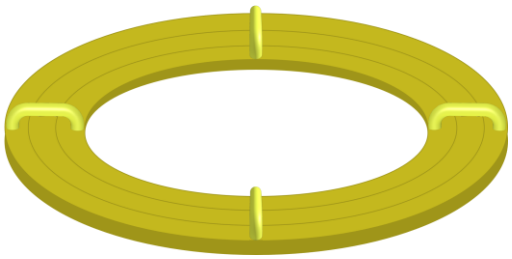
Simulación del anverso y del reverso del primer diseño dúplex descrito por Delamain

Según esta descripción, el aparato no solo cuenta con dos caras, sino que además permitiría transferir datos de una cara a la otra (incluso sin necesidad de un cursor). Por tanto, sería la descripción de la primera regla de cálculo dúplex.

No obstante, si tenemos en mente que las reglas de cálculo dúplex lineales, éstas llevan soportes o abrazaderas planos en sus extremos para fijar la partes superior e inferior del cuerpo (fijo) entre sí. Si los tres anillos se movieran libremente unos respecto a otros, el aparato no serviría para operaciones combinando los dos pares de escalas. Pero al no tener fin las escalas circulares, dichos soportes planos dificultarían la lectura de los resultados situados debajo de éstos.

Alternativamente, si consideramos un disco base sobre el cual se fijan en cada cara los anillos exterior e interior, de modo que el anillo móvil deslice sobre dicho disco base y entre los anillos fijos, en este aparato tendremos dos anillos móviles independientes (uno a cada lado, con el cuerpo fijo en medio). En este caso, la transferencia de datos de un lado al otro no resultaría tan sencilla; por ejemplo, debiéndose usar un cursor doble.

Yo me decanto por la primera solución, más sencilla, pero con unos soportes que sean finos y estén elevados (a modo de puentes) para permitir la lectura por debajo de ellos (o bien, hoy podrían estar fabricados en plástico transparente). En cualquier caso, esto demuestra que una simple descripción escrita no siempre es suficiente.



Una propuesta de soportes elevados para fijar los anillos interior y exterior sin obstaculizar la lectura.

4.1 Segunda Descripción de esta Regla de Cálculo [2]

En una actualización posterior de su libro, "*Grammelogia*", describe de nuevo este segundo aparato, con ligeras variaciones y añadiendo otras escalas:

Cada una de las escalas (circulares) de mi Anillo [el aparato] *va colocada como un círculo sobre los cantos de anillos de metal, de modo que un anillo pueda moverse entre dos fijados mediante el uso de dos soportes* [¿radiales externos?]. *Sobre la cara frontal del Anillo, en el borde exterior del anillo móvil y en el borde interior del anillo fijo externo, puede trazarse el Círculo de los Números. Asimismo, en el borde interior de dicho anillo móvil y en el borde exterior del anillo fijo interno, puede incluirse el Círculo de los Senos, siguiendo la configuración habitual de estos instrumentos.* [D/C, S'/S]

Si el Anillo es de gran tamaño, cerca del borde exterior del frontal del anillo fijo exterior, se encuentran las divisiones circulares convencionales y los puntos cardinales, alineadas con los Números. Con éstas se pueden realizar observaciones astronómicas o geométricas, estando las miras situadas sobre el anillo móvil del aparato.

En el reverso y opuestas a los senos, se hallan las tangentes logarítmicas, marcadas de forma análoga tanto en el anillo móvil como en el fijo. En el otro borde del anillo móvil, por la misma cara, existe otra graduación de tangentes, similar a la descrita anteriormente. Frente a ella, en el anillo fijo, se dispone una graduación de senos logarítmicos, que corresponde en todos sus detalles a la descripción de los senos mencionada para el lado frontal. [S/T', T'/T]

En el borde exterior del reverso del Anillo se gradúa una sección del Ecuador, numerada con 10, 20, 30 hasta 100; junto a ella se añaden los grados del Meridiano, ampliados y numerados con 10, 20, 30 hasta 70. Cada grado, tanto en el Ecuador como en el Meridiano, se subdivide en partes; estos dos círculos graduados permiten resolver cuestiones relativas a la latitud, la longitud, el rumbo y la distancia en operaciones náuticas.

En la parte cóncava del Anillo puede incorporarse un círculo ajustable en elevación o inclinación según la latitud que representa el Ecuador, y que va dividido en horas y fracciones, y también provisto de un eje, con el fin de indicar tanto la hora como el azimut. Dentro de este círculo se puede suspender una caja con aguja [¿brújula?]*, junto con un receptáculo en el que se introduce una vara; y con tornillos que permitan fijar la vara al Anillo, o bien liberarla a voluntad.*

Las escalas utilizadas para la navegación (grados de un círculo, 10-100 en el ecuador, 10-70 en el meridiano y la latitud) se describen mejor en los diseños siguientes. Resulta difícil comprender el dispositivo completo a partir de este último párrafo. Quizás se refiera a una configuración similar a la de una Vara de Jacob: la vara longitudinal sería la vara mencionada, mientras que la vara transversal correspondería a la escala externa de grados en el Anillo... Podría tratarse así de una "Vara de Jacob" con capacidades para el cálculo, totalmente distinta a la que publicó Oughtred (un tiempo después). Afortunadamente, parece ser que en el Museo de la Ciudad de Colonia (Kölnisches Stadtmuseum) disponen de un ejemplar incompleto que se corresponde bastante bien con lo descrito de este aparato [7].

5 El Diseño de Escalas Segmentadas [2]

Delamain también incluye en sus propuestas el uso de segmentos de escala concéntricos. Existe una referencia a un aparato con escalas en espiral diseñado por Thomas Brown en aquellos años, y Oughtred acusa a Delamain de haberlo copiado en estos diseños. Lamentablemente, no hay constancia documental de en qué consistía realmente el aparato de Thomas Brown; solo se cuenta con la afirmación de Oughtred de que poseía escalas en espiral [4].

En su descripción, Delamain hace referencia a escalas formadas por cuatro circunferencias concéntricas, de modo que, al llegar al final de un segmento de circunferencia, es preciso "saltar" visualmente al inicio del segmento siguiente (en la circunferencia contigua), tal como ocurre en relojes de cálculo de Fowler.

La pluralidad de círculos en esta proyección debe entenderse como compuesta por segmentos de un círculo [mayor]*, de modo que puede haber un conjunto de cuatro de ellos. Uno de estos grupos de cuatro puede contener los logaritmos de números; otro, los logaritmos de senos; y los dos restantes pueden presentar los logaritmos de tangentes.*

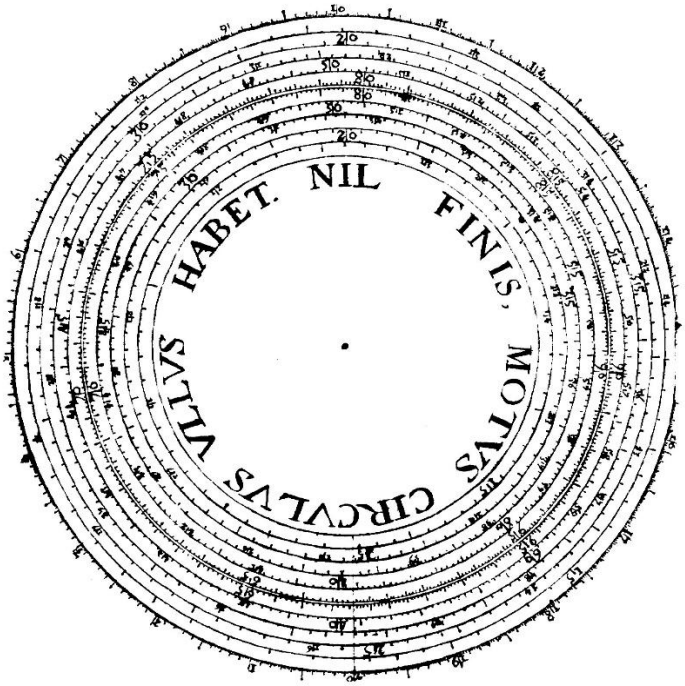
Así pues, en este esquema… hay 16 círculos a la vista, pero, son cuatro en realidad; cada uno de estos cuatro debe entenderse como dividido en partes, tal como se indicó anteriormente. En el primero de estos grupos de cuatro círculos aparecen graduados los logaritmos de los números (como antes) del 1 al 100000 [o de 1,0000 a 10,0000, o de 10.000 a 100.000]*, señalados con la letra N. Por ello, puede denominarse, con propiedad, el Círculo de Números.*

En el siguiente grupo de cuatro círculos se encuentran graduados los logaritmos de senos, desde 34m 22s hasta 90 grados, marcados con la letra S, los cuales abarcan dos revoluciones, es decir, dos círculos [mayores o décadas] *completos; por ello, aparecen divididos y representados por duplicado* [una escala interior y otra exterior a la línea de base]. *La primera revolución comienza en 34m 22s y termina en 5° 44m 21s, valores que están graduados en el borde interior de cada círculo. La segunda revolución comienza en 5° 44m 21s y termina en 90 grados, valores que se encuentran graduados y representados en el borde exterior de los círculos. Por consiguiente, a estas graduaciones y divisiones de los senos se les puede denominar Círculo de Senos.*

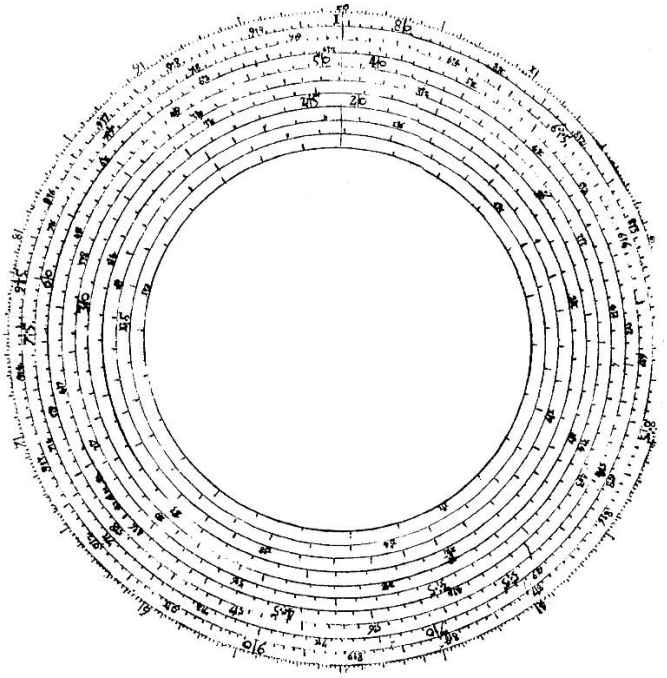
Por último, los dos grupos de cuatro círculos, señalados con las letras T T, comprenden cuatro revoluciones o círculos [mayores o décadas] *teniendo dos escalas* [una interior y otra exterior a la línea de base] *en las cuales se incluyen los logaritmos de tangentes, desde 34m 22s hasta 89° 25m 38s. La primera revolución* [década, T0] *comienza en 34m 22s y termina en 5° 42m 38s; estas divisiones están marcadas y numeradas en el borde exterior del círculo* [de la línea de base]. *La segunda revolución comienza en 5° 42m 38s y termina en 45 grados* [T1]*; también se encuentra graduada y numerada en el lado exterior del círculo. La tercera revolución comienza en 45 grados y termina en 84° 17m 21s,* [T2]*, estando graduada y numerada en el lado interior del círculo. Por último, la cuarta revolución comienza en 84° 17m 21s y termina en 89° 25m 38s,* [T3]*. Todas estas graduaciones de tangentes pueden denominarse, en conjunto, el Círculo de Tangentes.*

Así pues, para cada línea de base presenta marcas tanto hacia el centro del anillo como hacia su periferia. Dicho esto, él describe las siguientes escalas segmentadas (donde el subíndice indica el segmento): N_1, N_2, N_3, N_4, $S0_1$, $S0_2$, $S0_3$, $S0_4$, S_1, S_2, S_3, S_4, $T0_1$, $T0_2$, $T0_3$, $T0_4$, $T1_1$, $T1_2$, $T1_3$, $T1_4$, $T2_1$, $T2_2$, $T2_3$, $T2_4$, $T3_1$, $T3_2$, $T3_3$, $T3_4$. Es decir, 7 escalas (N, S0, S, T0, T1, T2 y T3) distribuidas en cuatro segmentos (28 círculos en total).

En esta versión de Grammelogia, Delamain separa la configuración de escalas de la estructura del aparato, aceptando como alternativas tanto el doble anillo como el disco con doble cursor (el diseño de Oughtred ya había sido publicado).

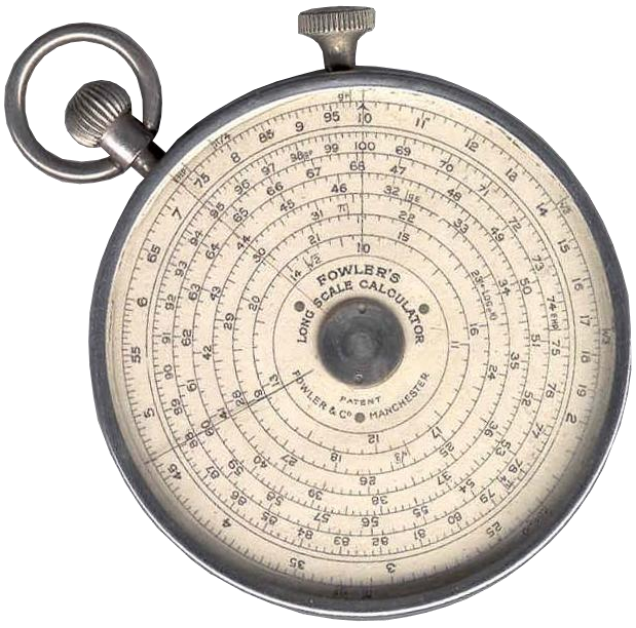


Una escala logarítmica de 5 segmentos en dos añillos



Una escala logarítmica de 10 segmentos en un disco

"*Nil Finis, Motus Circulus ullus habet*" significa que "El Movimiento Circular no tiene Fin". En cualquier caso, esta es la primera publicación que describe calculadoras circulares con escalas de múltiples segmentos.



Las calculadoras de Fowler son ejemplos de escalas circulares segmentadas. (https://osgalleries.org/longscale)

6 Generación de una tabla con una regla de cálculo

Uno de los argumentos de Delamain en favor de su anillo doble, frente al disco con dos cursores diseñado por Oughtred, es la facilidad para generar tablas de proporciones:

… en lo que poco más hay que añadir para demostrar que la doble proyección tiene más rapidez de cálculo que la proyección única con un Índice [con dos brazos]*, resultando tan obvio. Habiendo movido un número a otro en la proporción asignada, todos los demás números están opuestos entre sí en la misma proporción... Esto es más rápido que usando el índice y una sola proyección, pues primero hay que situar un brazo sobre un número y luego el otro brazo sobre el otro número; luego a ojo hay que situar uno de los brazos sobre el tercer número y leer el cuarto número debajo del otro brazo...*

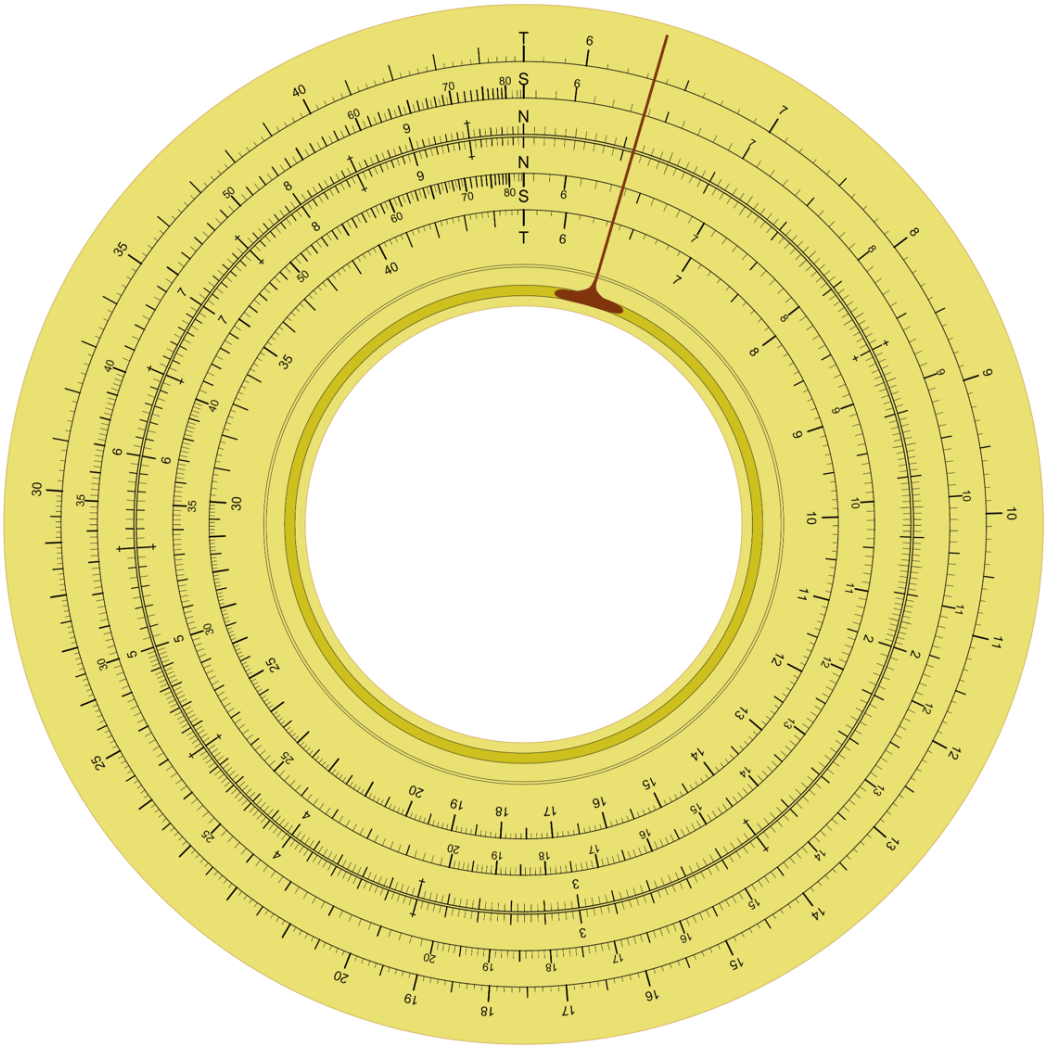
Esta es, pues, la primera referencia a que con una regla de cálculo se puede generar una tabla una vez que se han asociado un primer par de números.

7 Regla de Cálculo con Cursor [2]

En el capítulo "*Cómo puede formarse la proyección en un anillo, de modo que todas las graduaciones queden en un solo lado*", y tras haber tratado el aparato con tres círculos concéntricos, Delamain escribe:

Esto puede lograrse mediante una doble proyección [o dos conjuntos de escalas]*, siempre que el círculo* [anillo] *móvil tenga la anchura suficiente para incluir todos los círculos de dicha proyección, y que el círculo* [anillo] *fijo exterior tenga la misma anchura que el móvil. En cuanto al círculo fijo más interno, este puede reducirse a un borde en el que podría practicarse un pequeño canal donde se aloje un índice, con la longitud necesaria para alcanzar desde el borde más interno del círculo móvil hasta el borde más externo del círculo fijo. Dicho índice podrá desplazarse a voluntad a lo largo del canal, sirviendo así para mostrar la oposición entre los números.*

Curiosamente, un cursor radial fijado en el centro de los anillos (discos concéntricos) resultaría más sencillo; no obstante, supongo que Delamain quería presentar en sus diseños alternativas al disco de cálculo de Oughtred (que ya contaba con un índice de dos brazos). En cualquier caso, es la descripción de la primera regla de cálculo circular con cursor.



Simulación del doble anillo de cálculo de Delamain con el primer cursor

8 Igual pero diferente del aparato de Oughtred [2]

Esta versión posterior de "*Grammelogia*" se publicó después de que Forster hubiera publicado "*The Circles of Proportion*" de Oughtred [4]. En este capítulo, titulado "*How to fit the circles of the Ring by a single projection into a Ring*", o "*cómo situar un conjunto de escalas circulares en un anillo*", Delamain propone un diseño de disco con cursores distinto al de Oughtred, conservando la forma de anillo (sin centro) y los cursores externos:

Esto se logra añadiendo un anillo estrecho externo que pueda girar en el borde exterior de un anillo más ancho de modo que parezcan un único anillo. Sobre el anillo ancho se pueden trazar y graduar todas las escalas circulares para el cálculo, mientras que en el anillo estrecho, el móvil, se pueden colocar dos varillas metálicas (o elementos similares) a modo de doble índice, y cuya longitud cubra la amplitud del anillo ancho. Dichas varillas metálicas pueden desplazarse siguiendo una ranura practicada en el anillo estrecho. Así, al situar estas varillas sobre dos números cualesquiera que guarden una relación proporcional dentro de las escalas, y al girar el anillo que las lleva, se obtiene que, a medida que una de las varillas pasa sobre un número determinado en una de las escalas, la otra varilla señala el cuarto proporcional en esa misma escala.

Dos agujas o cursores radiales que se desplazan por la ranura de un anillo móvil externo es una solución similar a la del apartado anterior. El que sean externas en vez de internas imagino que sería para permitir mejor sensibilidad en los desplazamientos, y también se podría aplicar al cursor único previo (que no necesitaría que su anillo fuera móvil).

8.1 Alternativa al índice central con dos brazos

En el aparato con escalas de múltiples segmentos Delamain describe una solución como la del disco de cálculo de Oughtred:

En primer lugar, si se trata de un disco plano con solo un conjunto de escalas, se puede colocar en el centro un índice con dos brazos, o compás plano, que se puede abrir apuntando a dos valores cualesquiera.

Pero entonces añade un diseño alternativo:

Alternativamente, se puede fijar un semicírculo en el centro del disco y tener un único índice que se mueva sobre éste. Colocando el radio o borde del semicírculo en un número, el índice puede situarse en otro número. Entonces, al rotar el semicírculo, al situarse dicho borde o radio sobre un número en una escala, así el índice también desplazado, mostrará el número proporcional en dicha escala.

Además menciona un "*borde de papel y un hilo con una cuenta*" que es más complicado de comprender (ver anexo), y que supongo que se usa en los casos en los que "*los esquemas* [los dibujos que aparecen en el libro] *se pegan sobre un cartón grueso*", y está pensado para aquellos "*que deseen ver primero cómo funciona, antes de decidirse a afrontar el coste de adquirir el instrumento fabricado en metal*".

9 Escalas con multiples segmentos en una regla de cálculo circular [2]

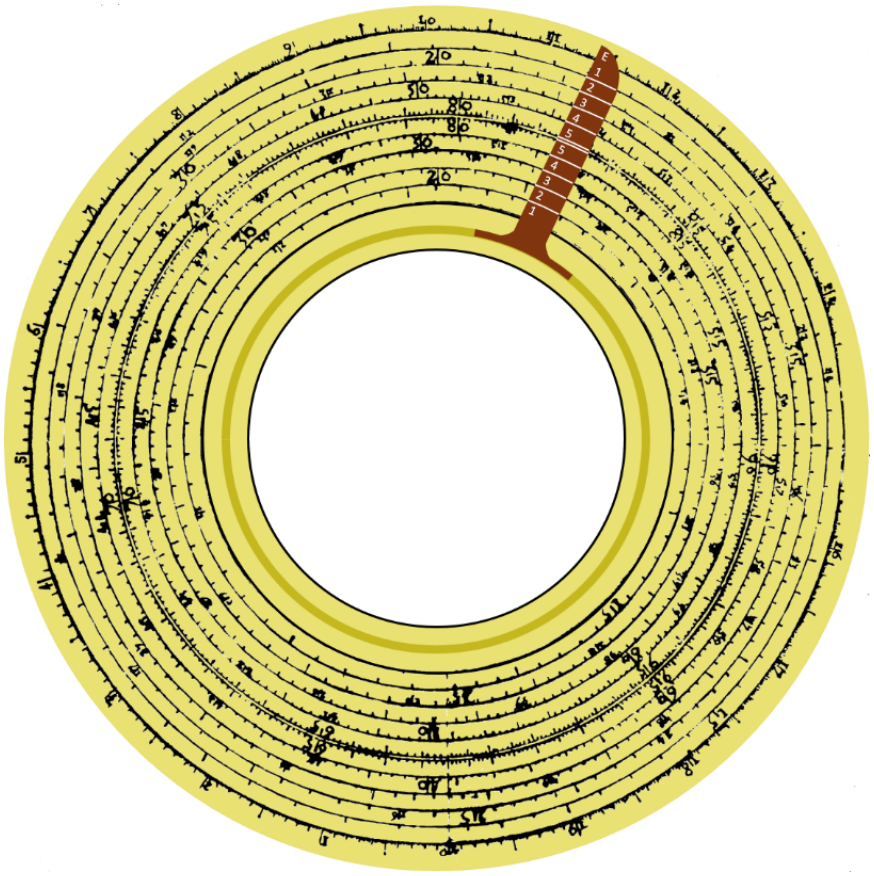
En primer lugar está la primera descripción bastante breve, basada en lo que Delamain ya ha ido explicando (véase el capítulo 5 anterior), pero donde no se menciona cómo localizar el segmento en el que se encuentra el resultado (la mención "*teniendo en cuenta una precaución*" podría ser una referencia).

Esto se logra mediante dos conjuntos de escalas segmentadas, con uno fijo y el otro móvil. Gracias a esta disposición, se opera con la misma facilidad y rapidez que si se tratara de escalas no segmentadas; los valores proporcionales se determinan siempre mediante la oposición entre un valor fijo y otro móvil, y considerando los segmentos respectivos, teniendo en cuenta una precaución. Y el índice situado en el centro sirve únicamente como ayuda visual para localizar dichos valores.

No obstante, al final de esta versión posterior de la "*Grammelogia*" [2], en el capítulo titulado "*Cómo operar para hallar números proporcionales mediante mis escalas segmentadas, ya sea utilizando un anillo móvil y uno fijo, o bien un único disco con un índice situado en su periferia o en su centro*", se ofrece una explicación muy detallada (de cinco páginas). Incluso se incluye la siguiente indicación:

O bien, sin tener que contar cada vuelta completa dada, se puede operar basándose en la diferencia entre círculos marcada en el cursor.

Así pues, en este otro capítulo, y tras numerosos ejemplos explicativos, Delamain señala que el cursor puede incluir una numeración de los círculos que facilite el localizar el círculo en el que debe leerse el resultado de una operación.



La primera imagen del capítulo 5, ahora coloreada y con un cursor para operar con las escalas de 5 segmentos.

10 Escalas de multiples segmentos en un disco configuradas como una rejilla [2]

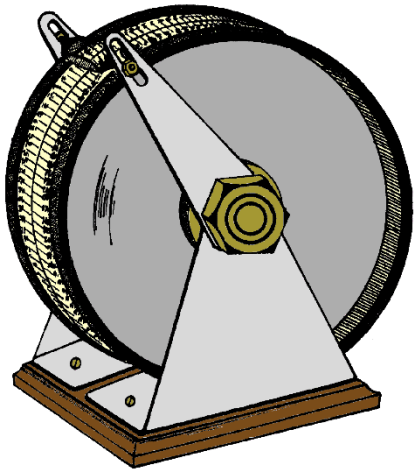
Este diseño constituiría un precedente de la regla de cálculo de Hannyngton y similares, aunque en forma de disco:

Se usa un doble conjunto de escalas, uno fijo y otro móvil. En la parte móvil, una vez trazados los círculos, se recortan los espacios intermedios, quedando huecos entre cada círculo. Entonces, las escalas en cada borde de los círculos móviles debe estar dividida y graduada igual que la graduación y las divisiones de la escala fija respectiva, de tal manera que, al colocar el disco móvil centrado, las divisiones, graduaciones y cifras presentes en cada segmento fijo resulten coincidentes y visibles a través de dichos huecos (los espacios recortados en el disco móvil). Así, esta configuración permite obtener valores proporcionales mediante la contraposición directa de sus escalas, al igual que en el caso anterior.

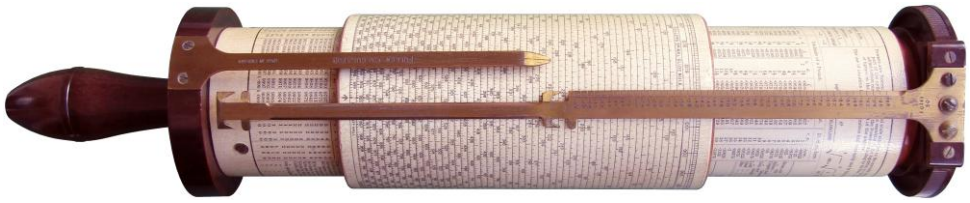
11 Escalas de multiples segmentos en un cilindro [2]

Ahora, Delamain pasa del entorno 2D al 3D, disponiendo las escalas de múltiples segmentos sobre un cilindro, ya sea con un conjunto de escalas o dos. Esto se podría considerar un precedente del cilindro de cálculo de Fuller.

Esto es como el gran cilindro que propuse hace tiempo (y en el que todos los círculos son de igual tamaño), y puede ser de cualquier tamaño o cantidad de escalas. Por ejemplo, para quien esté interesado, podría tener una yarda de diámetro y una longitud tal que permita albergar 100 o más segmentos circulares, fijos y paralelos entre sí, dejando un espacio entre cada uno de ellos, de modo que haya tantos círculos móviles como fijos. Estos círculos móviles estarán unidos entre sí para que todos puedan moverse a la vez rotando en los espacios entre los círculos fijos. Al estar graduados los bordes tanto de los círculos fijos como de los móviles, mediante un único cursor (o bien mediante dos en una proyección simple), en esta doble proyección es posible mostrar, por contraposición, los números proporcionales.



A la izquierda, el diseño de una calculadora cilíndrica básica, compuesta por dos tambores independientes, cada uno con una escala logarítmica, y un cursor con lupa (patente española ES-0011941_U de 1945).



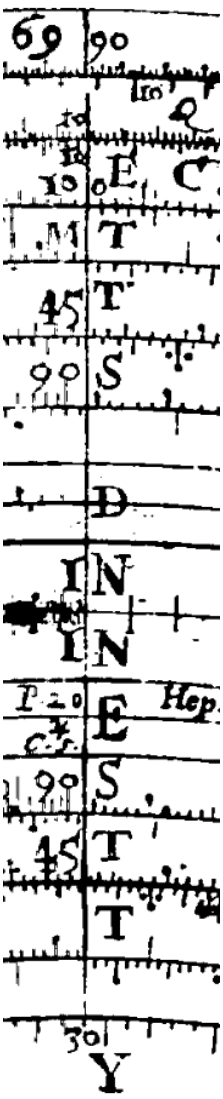
Calculadora cilíndrica de Fuller con una única escala y dos cursores

He intentado crear un prototipo del cilindro utilizando dos conjuntos de escalas de segmentos múltiples. El resultado tiene buen aspecto, pero es demasiado artesanal y presenta tolerancias excesivas.



12 La Gran Regla de Cálculo de Delamain (de doble anillo) [2]

Aunque no hay escalas de múltiples segmentos, pues se basa en escalas de una década, C y D, se trata del diseño de Delamain con más escalas. Incluso usa la mayoría de líneas de base para dos escalas, con marcas hacia el exterior y hacia el interior del aparato. El dibujo original es demasiado grande para incluirlo aquí con suficiente detalle, pero podemos ver solo las etiquetas de cada escala junto con la descripción inicial que hizo Delamain de éstas, y unos primeros comentarios:



Letra	#	Delamain	Descripción	Marcas
♋	1	*círculo de Grados y Calendario*	4 escalas, 0-90, grados sexagesimales (constelaciones)	ext.
	2		Días por mes J, F, M, A, M, J, J, A, S, O, N, D	int.
	3		2 escalas lineales, 0 a 10	ext.
(C)	4	*círculo de Partes Iguales y partes Ecuador y Meridiano*	3 escalas lineales 0 a 10 C, B, D (3 a 10 con la esc. E)	int.
E	5		Partes Iguales: 0-100 lineal	ext.
(M)	6		Partes del Meridiano 0-70	int.
T	7	*círculo de Tangentes*	T0 (34'22,6" - 5º42'38")	ext.
	8		T3 (84º17'21,9" - 89º25'37,4")	int.
T	9		T1 (5º42'38" - 45º)	ext.
	10		T2 (45º - 84º17'21,9")	int.
S	11	*círculo de Senos*	S1 (5º44'21" - 90º)	ext.
	12		S0 (34'22,7" - 5º44'21")	int.
D	13	*círculo de Decimales*	1 £ en chelines (escala de 2 a 20 en doceavos)	ext.
	14		1 £ en 10 peniques (log. de 2.4 a 24 en cuartos)	int.
N	15	*círculo de Números*	1 escala logarítmica de una década	ext.
N	16	*círculo de Números*	1 escala logarítmica de una década	int.
E	17	*el círculo de Figuras y Cuerpos Regulares*	Figuras regulares (2D)	ext.
	18		Cuerpos regulares (3D)	int.
S	19	*círculo de Senos*	Sen 1 (5,73º - 90º)	ext.
	20		Sen 0 (0,57º - 5,73º)	int.
T	21	*círculo de Tangentes*	Tan 1 (5,71º - 45º)	ext.
	22		Tan 2 (45º - 84,26º)	int.
T	23		Tan 0 (0,57º - 5,71º)	ext.
	23		Tan 3 (84,26º - 89,42º)	int.
Y	25	*círculo del Tiempo, Años y Meses*	Tiempo (0-30). 8% interés	int.

12.1 El círculo de Grados y del Calendario

El círculo más externo [en el anillo fijo]*, que presenta letras marcadas en su cara interior, constituye el Calendario, dividido en meses* [en inglés: J, F, M, A, M, J, J, A, S, O, N, D] *y días, y está vinculado a los grados del círculo, señalados mediante los signos* [♋♊♌♈♓♒♑♐♏♎♍♉]*. Así, conociendo el día del mes, es posible determinar la posición del Sol, y viceversa. El círculo de grados sirve, además, para medir la altura del Sol y para la observación de ángulos.*

Dado que nos encontramos en los inicios de las reglas de cálculo, esta es la primera vez que se describe una escala de este tipo, aunque no sea logarítmica, pero es muy similar a las del Instrumento Nocturno de Oughtred.

12.2 Círculos no descritos

A continuación viene una escala circular que presenta, en su parte exterior, dos series de divisiones iguales numeradas del 0 al 10 y, en su parte interior, tres series del 0 al 10. Lamentablemente, no he encontrado ninguna descripción sobre la finalidad de estas escalas. Pero intuyo que se trata de una propuesta preliminar para obtener cuadrados y cubos a partir de la escala numérica logarítmica. Denominemos “2E” a la escala que contiene la secuencia del 0 al 10 dos veces, y “3E” a la que la contiene tres veces.

Si queremos elevar un número en la escala N al cuadrado, colocamos el cursor sobre dicho número y leemos en la escala 2E. A continuación, trasladamos esa lectura a la escala de Partes Iguales (E) y, desde allí, regresamos a la escala N; obteniendo así el cuadrado. Por ejemplo, si queremos conocer el cuadrado de 2,5, con el cursor alineado con el 2,5 de la escala N, leemos 7,96 en la escala 2E (o 3,98 en la escala E). Luego, desplazamos el cursor hasta el 7,96 de la escala E y leemos 6,25 en la escala N, que es el cuadrado de 2,5.

Para los cubos, se trabaja con E3 de manera equivalente a como se hace con E2. Por ejemplo, buscamos el cubo de 3,1. Colocamos el cursor sobre 3,1 en N y leemos 4,74 en E3 (y 4,91 en E). Luego, desplazamos el cursor hasta 4,74 en E y leemos 2,98 en N. Esto significa que 29,8 es el cubo de 3,1.

12.3 El círculo de Partes Iguales o del Ecuador

El círculo de Partes Iguales, con la letra E, presenta las cifras 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100. Estas cifras representan 2, 3 o cualquier cantidad de dígitos que se considere añadir o suprimir. Así, 10 puede representar 1, 10, 100, 1000, etc., y lo mismo ocurre con los demás valores. Asimismo, debe entenderse que el espacio entre dos cifras cualesquiera abarca la diferencia entre sus respectivas denominaciones. Es decir, 1 cuando se trata de 1, 2, 3…; 10 cuando se trata de 10, 20, 30…; y 100 cuando se trata de 100, 200, 300…

El círculo de partes iguales representa también una parte del ecuador, o círculo equinoccial, y contiene 100 grados iguales. Cada grado se divide en 10 partes, de modo que cada una de ellas equivale a 6 minutos. Está numerado, como ya se ha dicho, cada diez grados: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100.

12.4 El círculo del Meridiano

En la cara interna de este círculo se encuentran los grados del meridiano ampliado, es decir, los grados de latitud desiguales según la proyección de Wright, los cuales aparecen señalados y numerados de la siguiente manera: 5, 10, 15, 20, hasta llegar a los 70 grados. Cada grado está dividido en 10 partes, de modo que cada una de ellas equivale a 6 minutos, tal como en la escala previa. A esta escala se la puede denominar "círculo del meridiano" o "círculo de latitudes".*

*Nota: Mercator publicó su mapamundi cilíndrico para la navegación en 1569, pero sin incluir las ecuaciones que lo sustentan. En 1599, Wright publicó el primer método completo de construcción matemática para el mapa con proyección de Mercator. Más detalles sobre la escala de Meridianos en el anexo 2.

12.5 El círculo de Tangentes

(Nota: en el siguiente texto hay algunos errores en los números que he marcado entre corchetes)

El "círculo de Tangentes" lo forman en realidad dos círculos marcados T T. Este comienza en la Línea de Conjunción EN [línea radial que va desde E hasta las escalas N] *con 34m 22s. Los números que representan minutos van marcados con un apóstrofe a su derecha, por ejemplo, 35', a fin de distinguirlos de los números correspondientes a los grados, que no llevan ninguna marca. Así pues, el círculo de Tangentes situado a continuación del círculo de Partes Iguales tiene en su parte exterior divisiones desde 35m hasta 5° 32m 48s* [5° 42' 38"]*, con los grados representados mediante cifras algo más grandes que el resto (del 1 al 5).*

En el círculo siguiente hacia el interior, [el círculo interior de tangentes]*, continúan los grados, marcados en el exterior de dicho círculo, desde* [5º42'38"] *6 hasta 45 grados. Estos valores prosiguen por el lado interior del mismo círculo hasta alcanzar los 84º17'21". Finalmente, continúan por el lado interior del círculo superior* [el círculo exterior de tangentes] *hasta llegar a los 89º24'38"* [89º25'37,4"]. *… Y el Círculo de Tangentes en el anillo móvil, con las mismas letras T T, es idéntico a este Círculo de Tangentes presente en el anillo fijo.*

Cada grado hasta 10 grados se divide en 60 divisiones (minutos), hasta 80 grados se dividen en 30 divisiones (2 minutos) y luego, hasta 89 grados estos se dividen nuevamente en 60 divisiones (minutos).

12.6 El círculo de Senos

Designado con la letra S, comienza en la Línea de Conjunción, a los 34' 22", y aparece graduado y dividido a ambos lados. En el lado interior, está numerado desde los 35 minutos hasta los 5° 44' 21", valores que se encuentran casi opuestos a los grados equivalentes en el círculo de las Tangentes. En el lado exterior la graduación continúa hasta los 90 grados, numerados 1, 2, 3… 90. Cada grado se subdivide en partes proporcionales a su tamaño en la escala; el círculo de los Senos en el anillo móvil es idéntico al que se encuentra en el anillo fijo.

12.7 El círculo de los Decimales Monetarios

Solo como recordatorio, 1 libra equivalía a 20 chelines o 240 peniques, (1 chelín equivalía a 12 peniques).

A continuación del círculo de los senos en el anillo fijo se encuentra el círculo de los decimales monetarios, señalado con la letra D. En su cara interna este círculo está dividido y numerado del 1 al 23 [empieza en 3]*, y cada espacio se subdivide, a su vez, en 4 partes* [de modo que cada número representa 10 peniques, y cada subdivisión, 2,5 peniques]*. Estas divisiones numeradas corresponden a decenas de penique (todas las divisiones del círculo) y deben entenderse como representativas de 8/10 de una libra esterlina* [de 2,4 a 24, una década logarítmica, van 9/10 de una libra]*. Del mismo modo, dicho círculo presenta en su cara externa una escala numerada del 1 al 19* [va de 2 a 20, leyéndose del 3 al 19]*, donde el espacio entre cada cifra se subdivide en 12 partes (o en tantas partes como quepan en cada intervalo). El círculo completo, que representa una libra esterlina, muestra los chelines de una libra esterlina y sus subdivisiones. Un procedimiento análogo puede considerarse con los decimales de una libra de peso.*

Las dos escalas presentan una década de subdivisiones de una libra, £, y se corresponden con la escala N. Esta es la primera vez que veo una escala de chelines y peniques que se relaciona directamente con la escala D (N), permitiendo cálculos directos.

12.8 El círculo de Números

Este círculo, designado con la letra N, está dividido en partes desiguales, marcadas con 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Cada una de estas cifras puede representar 1, 10, 100… o bien 0,1…

Entre cada dos divisiones numeradas hay 10 subdivisiones; la central de éstas está marcada como "·|·" para facilitar la cuenta visual.

Cada una de estas subdivisiones se divide, a su vez, en otras 10 divisiones, cuya parte central es ligeramente más alta que el resto, de nuevo para facilitar el conteo visual.

Los números y las divisiones del anillo móvil son exactamente iguales a los del anillo fijo. Por tanto, si se alinea el 1 de la escala móvil con el 1 de la escala fija, cada número o división queda asociado a su correspondiente valor opuesto, no solo en el círculo de los Números, sino también en los círculos de Senos y Tangentes.

12.9 El círculo de Figuras y Cuerpos Regulares

Este círculo se encuentra en el anillo móvil y está señalado con la letra E. Resulta sumamente útil para facilitar y agilizar las operaciones relacionadas con las figuras regulares y los cinco sólidos platónicos. Las marcas de cada constante se detallan en la siguiente tabla que incluye 100 valores: 50 de ellos corresponden a superficies y los otros 50 a sólidos.

Un nuevo par de escalas para la regla de cálculo, con marcas para diversos factores constantes con los que operar. Delamain añade una tabla que relaciona siglas con los valores de los logarítmicos de dichas constantes (imagino que para dibujarlas de ser el caso). Dado que hoy en día resulta difícil de comprenderlas (la tabla contiene cerca de 100 valores), he incluido una descripción de los mismos en el anexo 1. Supongo que, en aquella época, estas constantes eran de conocimiento común; tal vez incluso se tomaron de alguna otra tabla (o tablas) ya publicada.

12.10 El círculo del Tiempo

El círculo más interno del anillo móvil, señalado con la letra Y, presenta los números 1, 2, 3, 4 hasta el 30, y cada uno de estos espacios está subdividido en 12 partes iguales. Se le denomina círculo del Tiempo, o de los Años. Los espacios marcados con números representan años, mientras que las subdivisiones corresponden a meses. Se utiliza para realizar cálculos relacionados, por ejemplo, con el interés y la valoración de contratos de arrendamiento.

Así, una vez más, una escala nueva en el ámbito de la regla de cálculo, relacionada con el cálculo de intereses (al 8%). A continuación se muestra un ejemplo de cálculo para *hallar la cantidad de dinero resultante al cabo de cualquier número de años, considerando 8 £ por cada 100 al año* [el texto original utiliza "li" como £, ambos significados de "libra", del nombre de "*pound*" en latín]:

[Pregunta] *Así pues, si se prestaran 20 libras durante 12 años, ¿a cuánto ascendería la suma, aplicando un interés compuesto de 8 libras por cada 100 libras?* [8% interés]*?*

[Respuesta] *Poner el 1 de la escala móvil* [N] *bajo 20 en la fija* [N]*, y entonces justo sobre 12 años en la móvil* [Y] *tienes 50,4 £ en la fija* [N]. [es 50,36. El texto indica "50 li 4.10", que significa 50+4/10, 50,4 £].

Sin necesidad de mover el instrumento, se puede ver al instante la cantidad correspondiente a las mencionadas 20 libras para cualquier número de años o fracciones de año, basta con encontrar el tiempo indicado en la parte móvil [Y] *para obtener, en la parte fija, la cifra monetaria resultante.*

Un ejemplo que calcula la inversa, *calcular cuánto vale en dinero de hoy una suma de dinero que se debe pagar dentro de un número determinado de años, considerando 8 libras por cada 100 libras*.

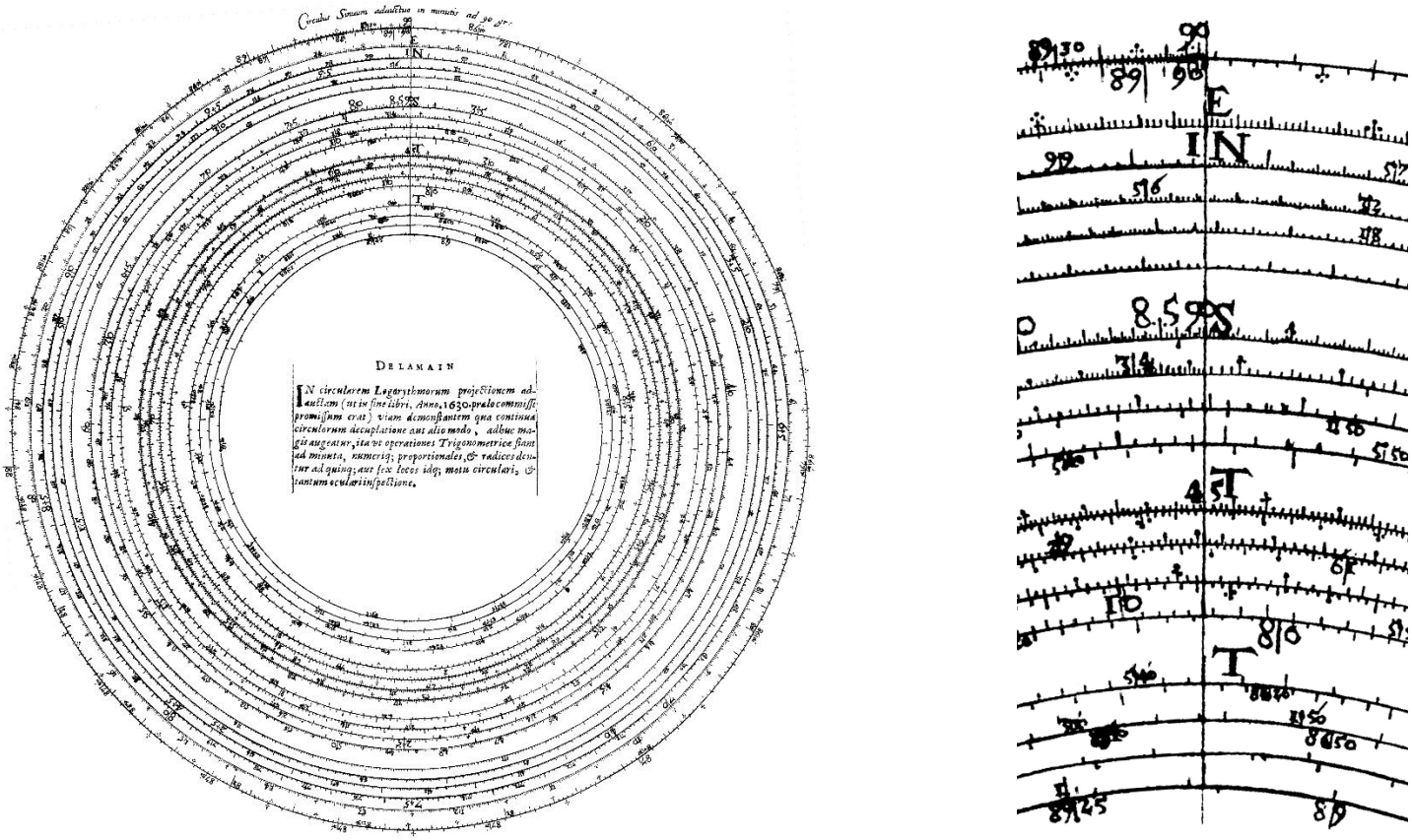
An example working the reverse, *to find what a sum of money which is due any number of years to come, is worth in ready money, allowing 8 £ for 100 £.*

[Pregunta] *Así, si las 20 libras fueran el dinero a pagar dentro de 12 años, ¿cuál sería su valor actual?*

[Respuesta] Situar *12 años en la escala móvil* [Y] *frente a 20 en la fija* [N]*, y entonces justo frente a 1 de la escala móvil* [N] *se lee 7,94 £ en la fija, que son unas 7 £, 18 s, 3 d.* [el texto pone "7 li 94.100", lo que significa 7+94/100 £. Esta cantidad se convierte, en realidad, en 7 £, 18 s y 9,6 d (7+18/20+9,6/240)].

13 El último diseño de Delamain: el Disco de Cálculo con escalas de 4 segmentos [2]

El último diseño de esta versión posterior de "*Grammelogia*" es un dibujo de dos páginas, pero sin texto que lo explique.



El último dibujo de 2 páginas en la versión posterior de "*Grammelogia*"

Esta lámina muestra cuatro escalas de cuatro segmentos, además de dos círculos o líneas de base externos. Dejando para más adelante el análisis de la línea de base más externa (que cuenta con dos conjuntos de marcas), podemos observar, desde el exterior hacia el interior, en primer lugar, una escala "E" (un círculo) de "partes iguales" o mantisas, que va de 0 a 25 (una cuarta parte del total). No es necesario añadir más segmentos (círculos), ya que basta con multiplicar las cifras mostradas por el valor correspondiente a la vuelta de la escala "N".

A ésta le siguen los cuatro segmentos (círculos) de la escala N de una década (D, del 10 al 100). Hacia el interior, se sitúan los cuatro círculos de senos, que combinan las cuatro vueltas de S (externas, creciendo hacia afuera) con cuatro vueltas de S0 (interiores, creciendo hacia adentro).

El siguiente grupo interior de cuatro círculos contiene T (exterior, creciendo hacia afuera hasta los 45º) y T1 (interior, creciendo hacia adentro hasta los 84º…), mientras que el grupo de cuatro círculos más interno contiene T0 (exterior, creciendo hacia afuera hasta los 5º…) y T2 (interior, creciendo hacia adentro hasta los 89º…).

Por último, en la línea de base más externa hay dos escalas logarítmicas. La interior va desde 77º 45' hasta 90º, y la exterior, desde algo menos de 86º 7' hasta 90º. Sobre estas escalas puede leerse "*Circulus Sinuum adauctuo in minutis ad 90 gr:*", lo cual puede traducirse como "Círculo de senos con incremento en minutos hasta 90 grados". No obstante, ya existe la escala S de 4 vueltas y que llega hasta los 90 grados, como es habitual. Mediante una hoja de cálculo he podido comprobar que la escala interior corresponde a la última vuelta de una escala de senos de 100 vueltas (desde 77º 45' 6" hasta 90º) y que la escala exterior corresponde a la última vuelta de una escala de senos de 1000 vueltas (desde 86º 6' 48" hasta 90º). Desconozco cómo utilizar estas escalas junto con la escala N (D) de 4 vueltas ya existente, o si, en realidad, se trata solo de una demostración de capacidades, tal como indica el texto que hay en el centro de este disco (en latín):

In circularem Logarythmorum projectionem adiuctam (ut in fine librei, Anno, 1630, prelocommissi promissum erat) viam demonstrantem qua continua circulorum decuplatione aut alio modo, adhuc magis augeatur, ita ut operationes Trigonometricae fiant ad minuta, numeriq; proportionales, et radices dentur ad quinq; aut sex locos idq; motu circulari, et tantum oculari inspectione.

En lo que respecta a la proyección circular de logaritmos, (prometida al final del libro publicado por el autor en 1630), se muestra cómo se puede crecer más por medio de la continua multiplicación de círculos por dos o más, de modo que se lleguen a cálculos trigonométricos con la precisión de minutos, y a relaciones numéricas y raíces con cinco o seis decimales, todo ello solo con movimientos circulares e inspección visual.

14 Conclusiones

He presentado los numerosos diseños que Richard Delamain incluyó en su "*Grammelogia*". No puedo confirmar la versión ni el año de publicación, ya que el documento del que dispongo parece ser una combinación de distintos documentos.

Asimismo, se describen numerosos cálculos posibles en diversas materias técnicas. Si bien es cierto que dichos cálculos eran de conocimiento común en aquella época, "*Grammelogia*" fue la primera y la tercera vez (la segunda fue la publicación de Forster) en que se empleó una regla de cálculo para resolverlos, mostrando los pasos necesarios. Por tanto, estos tres documentos constituyen los primeros manuales sobre el uso de la regla de cálculo.

Considero que algunos diseños futuros, si bien novedosos pues nadie los había fabricado con anterioridad, podrían haber sido inspirados por los diseños en "*Grammelogia*". No obstante, también es posible que fueran creados desde cero, otorgando a sus autores la plena titularidad de la invención. El estudio detallado al respecto queda fuera del alcance de este artículo.

Por último, la lectura de las partes técnicas de "*Grammelogia*" (dejando fuera comentarios) muestra un profundo interés por facilitar los cálculos a los técnicos, queriendo que la regla de cálculo pudiera estar al alcance de la mayor cantidad de personas posible. Hay gráficos y explicaciones sobre cómo diseñar las escalas. Y, además, Delamain dice:

A menudo se me ha pedido que proporcione la proyección y división de los círculos de mi Anillo sobre un plano, de modo que este pueda confeccionarse en cartón y evitar así el gasto que supone el instrumento metálico, tanto para aquellos que no disponen de medios para adquirirlo como para quienes desean familiarizarse con su uso antes de realizar el desembolso que implica la versión en metal. Atendiendo a estas peticiones, y con el fin de beneficiar al público, más que buscando mi propio beneficio, he mandado cortar y grabar dos placas metálicas. De este modo, cualquiera podrá utilizarlas con mayor facilidad, ahorrándose la labor de dividir los círculos, al poder pegar los esquemas resultantes sobre una base de cartón.

15 Bibliografía

[1] Delamain, Richard: "*Grammelogia or the Mathematical Ring*", primera version publicada, hacia 1630.

[2] Delamain Richard: "*Grammelogia, or the Mathematical Ring*", Se trata de una versión "posterior" que parece combinar páginas provenientes de diversas versiones. Florian Cajori, en su obra "*On the History of Gunter's Scale and the Slide Rule During the Seventeenth Century*", menciona la existencia de cinco versiones (o ejemplares conservados). Y, a excepción de la primera, las versiones posteriores parecen presentar combinaciones de páginas de origen diverso.

[3] Forster William: "*The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument*". Recopilación y transcripción de notas en latín escritas por William Oughtred; hacia 1632

[4] Fernández, Jose Gabriel: "*Las Invenciones de Oughtred y Delamain*"

[5] Gunter, Edmund: "*The Description and use of the Sector, the Cross Staff and other Instruments…*", 1624

[6] Samuel Gessner: "*The invention of the 'Circles of Proportion' instrument. What we know about the history of these instruments...*". https://storymaps.arcgis.com/stories/3e952bc46cc74b42acce4d98e96349bb

[7] *John Allen Rechenschieber* (1632 - 1637). Disco incompleto de cálculo de tres anillos concéntricos en el Kölnisches Stadtmuseum, número de inventario L 197. https://www.kulturelles-erbe-koeln.de/documents/obj/05741468

16 Anexo I: Tabla de Marcas o Factores Constantes Incluidos en la Escala E [2]

Esta tabla presenta los datos contenidos en una tabla que Delamain incluye en su "*Grammelogia*" como parte de la descripción de las escalas de su "gran regla de cálculo" (ver capítulo 12). El objetivo es transcribir dichos datos en una tabla que incluya explicaciones sobre su uso (información que no aparece en la tabla original de Delamain). El documento original es un archivo de Excel disponible en el grupo "*sliderule*" de Groups.io, y gran parte de los datos ya habían sido descifrados por Andreas Poschinger en los mensajes publicados en dicho foro.

Los he organizado por grupos de datos relacionados, en lugar de hacerlo según su valor, como en la tabla de Delamain. También señalaré los datos erróneos. Cabe recordar que los datos que aparecen en la tabla de Delamain son los logaritmos de las constantes (utilizados únicamente para su representación en la escala). A continuación, presento la tabla correspondiente a las marcas de referencia orientadas hacia el exterior en la escala del dispositivo (aquellas destinadas a un uso bidimensional). Los valores inferiores a 1 se multiplican por 10 antes de calcular su logaritmo. En color gris he añadido aquellos valores que no figuran en la tabla por considerarse evidentes. En rojo, indico los elementos que no he logrado determinar, así como los errores detectados:

Acrónimo en la Tabla		Figura Geométrica	Descripción de la Constante	Tabla (log)	Real (log)	Constante Real
2		-	raíz cuadrada de	0,15051	0,15051	1,41421
3				0,23856	0,23856	1,73205
4				0,30103	0,30103	2,00000
5				0,34948	0,34949	2,23607
6				0,38907	0,38908	2,44949
7				0,42254	0,42255	2,64575
8				0,45154	0,45154	2,82843
9				0,47712	0,47712	3,00000
Cir.	D.	Círculo	superficie a partir del diámetro al cuadrado	0,89509	0,89509	0,785398
Cir.	e.		diámetro de la figura con superficie 10	0,55245	0,29267	1,96189
Cir.	c.		perímetro con superficie 10 Error: ¡1,20099!	0,07954	0,04960	1,120998
Tri.		Triángulo	superficie a partir del lado al cuadrado	0,63650	0,63650	0,433013
Tri.	e.		lado de la figura con superficie 10	0,68175	0,68175	4,80562
Tri.	cir.		(radio del círculo circunscrito) / lado	0,76143	0,76144	0,577350
Tri.	in.		(radio del círculo inscrito) / lado	0,46040	0,46041	0,288675
Qu.		Cuadrado	Superficie a partir del lado al cuadrado	1,00000	1,00000	1
Qu.	e. 10		Lado de la figura con superficie 10	0,50000	0,50000	3,16228
Qu.	cir.		(radio del círculo circunscrito) / lado	0,84948	0,84949	0,707107
Qu.	in.		(radio del círculo inscrito) / lado	0,69897	0,69897	0,50000
Pen.		Pentágono	superficie a partir del lado al cuadrado	0,23565	0,23565	1,72048
Pen.	e.		lado de la figura con superficie 10	0,38217	0,45424	2,84605
Pen.	cir.		(radio del círculo circunscrito) / lado	0,92975	0,92975	0,850651
Pen.	in.		(radio del círculo inscrito) / lado	0,83770	0,83771	0,688191
Hex.		Hexágono	superficie a partir del lado al cuadrado	0,41650	0,41465	2,59808
Hex.	e.		lado de la figura con superficie 10	0,29267	0,50000	3,16228
Hex.	Cir.		(radio del círculo circunscrito) / lado	1,00000	1,00000	1
Hex.	in.		(radio del círculo inscrito) / lado	0,93753	0,93753	0,866025
Hep.		Heptágono	superficie a partir del lado al cuadrado	0,56046	0,56037	3,63391
Hep.	e.		lado de la figura con superficie 10	0,21976	0,45424	2,84605
Hep.	cir.		(radio del círculo circunscrito) / lado	0,06159	0,06160	1,15238
Hep.	in.		(radio del círculo inscrito) / lado	0,01639	0,01631	1,03826
Oc.		Octógono	superficie a partir del lado al cuadrado	0,68380	0,68381	4,82843
Oc.	e.		lado de la figura con superficie 10	0,15809	0,15810	1,43912
Oc.	cir.		(radio del círculo circunscrito) / lado	0,11613	0,11613	1,30656
Oc.	in.		(radio del círculo inscrito) / lado	0,08174	0,08175	1,20711
No.		Nonágono	superficie a partir del lado al cuadrado	0,79111	0,79112	6,18182
No.	e.		lado de la figura con superficie 10	0,10444	0,10444	1,27187
No.	cir.		(radio del círculo circunscrito) / lado	0,16491	0,16492	1,46190
No.	in.		(radio del círculo inscrito) / lado	0,13790	0,13790	1,37374
De.		Decágono	superficie a partir del lado al cuadrado	0,88616	0,88616	7,69421
De.	e.		lado de la figura con superficie 10	0,05692	0,05692	1,14003
De.	cir.		(radio del círculo circunscrito) / lado	0,20898	0,20899	1,61803
De.	in.		(radio del círculo inscrito) / lado	0,18719	0,18719	1,53884
M. ac.		-	¿"Meadow acre" a acre estándar?	0,75867	-	5,73680
A.c.		Acres	1 Acre = 160 x (Pole 16 ½)^2	0,20411	0,20412	1,60000
F B.		Pie de Tablón	Superficie de pulgadas^2 a pies^2 (12^2)	0,15836	0,15836	1,44000
P.	16 ½	*Pole* (Vara)	P20/P16½ al cuadrado	0,16749	0,16709	1,46924
P.	18		P20/P18 al cuadrado	0,09151	0,09151	1,234568
P.	20		Longitud estandarizada de una Vara	1,00000	1,00000	1,000000
P.	21		P20/P21 al cuadrado	0,95762	0,95762	0,907029
₴.	C.s.	Estaño	El peso específico del estaño dividido por el del estaño (ver la Tabla de Sólidos)	1,00000	1,00000	1,000000

La siguiente es la tabla de las marcas interiores en la escala E, para cuerpos sólidos. En verde van los datos del libro de Gunter [5] (pág. 133, capítulo V, “De las líneas de los metales”). Se aplican los mismos criterios:

Acrónimo en la Tabla		Figura Geométrica	Descripción de la Constante	Tabla (log)	Real (log)	Constante Real
♀		Cobre	Peso específico de Sn dividido por el de Cu	0,91497	0,91498	0,8222
☉		Oro	Peso específico de Sn dividido por el de Au	0,59050	0,59051	0,3895
♂		Hierro	Peso específico de Sn dividido por el de Fe	0,96614	0,96614	0,925
♄		Plomo	Peso específico de Sn dividido por el de Pb	0,80855	0,80855	0,6435
☿		Mercurio	Peso específico de Sn dividido por el de Hg	0,73663	0,73664	0,5453
☽		Plata	Peso específico de Sn dividido por el de Ag	0,85497	0,85497	0,7161
2		-	Raíz cúbica de	0,10034	0,10034	1,259921
3				0,15904	0,15904	1,442250
4				0,20068	0,20069	1,587401
5				0,23300	0,23299	1,709976
6				0,25938	0,25938	1,817121
7				0,28170	0,28170	1,912931
8				0,30103	0,30103	2,000000
9				0,31808	0,31808	2,080084
10				0,33333	0,33333	2,154435
S.	s.	Esfera	volumen a partir del diámetro al cubo	0,71899	0,71900	0,523599
S.	x.		superficie a partir del diámetro al cuadrado	0,49714	0,49715	3,14159
S.	e.		diámetro de la figura con volumen 100	0,76033	0,76033	5,75882
T.	s.	Tetraedro	volumen a partir del lado al cubo	0,07133	0,07133	0,11785
T.	x.		superficie a partir del lado al cuadrado	0,23856	0,23856	1,73205
T.	e.		lado de la figura con volumen 100	0,97612	0,97622	9,46721
T.	cir.		lado / (radio esfera inscrita)	0,69010	0,69011	4,89898
T.	in.		(diámetro esfera circunscrita) / lado	0,08804	0,08805	1,22474
C.	s.	Cubo	volumen a partir del lado al cubo	1,00000	1,00000	1
C.	x.		superficie a partir del lado al cuadrado	0,77815	0,77815	6,00000
C.	e		lado de la figura con volumen 100	0,66666	0,66667	4,64159
C.	cir.		lado / (radio esfera inscrita)	0,30103	0,30103	2,000000
C.	in.		(diámetro esfera circunscrita) / lado	0,23856	0,23856	1,73205
O.	s.	Octaedro	volumen a partir del lado al cubo	0,67339	0,67339	0,47140
O.	x.		superficie a partir del lado al cuadrado	0,53959	0,53959	3,46410
O.	e.		lado de la figura con volumen 100	0,77553	0,77554	5,96397
O.	cir.		lado / (radio esfera inscrita)	0,38907	0,38908	2,44949
S.	in.		(diámetro esfera circunscrita) / lado	0,15051	0,15051	1,41421
D.	s.	Dodecaedro	volumen a partir del lado al cubo	0,88440	0,88441	7,66312
D.	x.		superficie a partir del lado al cuadrado	0,31483	1,31483	20,6457
D.	e.		lado de la figura con volumen 100	0,37186	0,61650	4,13519
D.	cir.		lado / (radio esfera inscrita)	0,04669	0,04670	1,11352
D.	in.		(diámetro esfera circunscrita) / lado	0,44754	0,44755	2,80252
I.	s.	Icosaedro	volumen a partir del lado al cubo	0,33879	0,33879	2,18169
I.	x.		superficie a partir del lado al cuadrado	0,93753	0,93753	8,66025
I.	e.		lado de la figura con volumen 100	0,55340	0,55374	3,57878
I.	cir.		lado / (radio esfera inscrita)	0,12161	0,12162	1,32317
I.	in.		(diámetro esfera circunscrita) / lado	0,27923	0,27924	1,90211
Cil.	d f	Cilindro	Volumen (pies) con D y L en pulgadas ($12^3 \cdot 4/\pi$)	0,34245	0,34245	2,20016
Cyl.	G.		Volumen (pulgadas) a Galones de Vino ($231 \cdot 4/\pi$)	0,46852	0,46852	2,94118
Cil.	c s		¿Volumen a partir del perímetro, c, y lado?	0,42542		2,6633
Cyl.	c f		¿Volumen a partir del perímetro, c, en pies?	0,16837		1,47360
Cyl.	D f		¿?	0,67117		4,68999
Gag.		-	Marca para pasar a Galones de Vino (231 $inch^3$)	0,23426	0,23426	17,1498
Gag.	A.		Marca de paso a Galones de Cerveza (282 $inch^3$)	↓↓	0,27758	18,9487
¿Error?		¿?	¿?	0,24349	-	1,75182

Acrónimo en la Tabla		Figura Geométrica	Descripción de la Constante	Tabla (log)	Real (log)	Constante Real
F.	T.	Pie de Madera	pulgadas^3 a pies^3 (12^3)	0,23754	0,23754	1,72800
f.	t.	Pie de Madera Regular	¿?	↓↓	¿?	¿?
¿Error?		Prisma Hexagonal	volumen a partir del lado^3 (altura = 1,6 lado)	0,61876	0,61877	4,15692

Cualquier dato nuevo sobre los valores que faltan o erróneos será muy agradecido. La tabla ya está disponible en el grupo "sliderule" de Groups.io.

17 Anexo II: La Escala de Meridiano

Como no soy experto en navegación, me ha llevado algún tiempo comprender las escalas denominadas de "Meridiano" o de "Partes de Meridiano". Por ello, creo que a otros podría interesarles un resumen de lo que he averiguado. Como dato inicial básico, la Tierra se divide en meridianos, circunferencias que pasan por los polos norte y sur, y paralelos (al Ecuador). Si situamos el polo norte en la parte superior y el polo sur en la inferior (con su eje en posición vertical), quedando el Ecuador como la circunferencia horizontal central, la Longitud es el ángulo (medido en grados) que se obtiene al desplazarse a lo largo del ecuador. Así pues, cada meridiano se distingue por su Longitud. Por su parte, la Latitud es el ángulo que se mide hacia arriba o hacia abajo desde el Ecuador (0º) y cada paralelo se distingue por su Latitud.

Las cartas de navegación de Mercator tuvieron un gran éxito ya que eran una solución para convertir la esfera terrestre en un plano, pudiendo trabajar con ella fácilmente. Para lograr esto se aplicaron dos factores de conversión principales.

El primero es para transformar los meridianos, que convergen hacia los polos, en líneas paralelas. Para ello, todos los paralelos se "estiran" de modo que su perímetro sea igual al del Ecuador. El perímetro del Ecuador es 2·π·R, donde R es el radio de la Tierra. El perímetro de un paralelo es 2·π·r y, utilizando el valor de la latitud, ℓ, se tiene que r es igual a R·cos(ℓ). Por tanto, dicho "estiramiento" se consigue simplemente multiplicando cualquier distancia (horizontal) sobre un paralelo en la esfera por el inverso del cos(ℓ); es decir, multiplicando por sec(ℓ).

Dicho esto, es necesario aplicar el mismo factor, sec(ℓ), a las distancias verticales. Sin embargo, dado que esto depende de la latitud, la cual varía en sentido vertical, el incremento vertical $\Delta\ell_0$ que debe aplicarse en ℓ_0 se ve afectado por el $\Delta\ell$ correspondiente a cada latitud a partir del ecuador (Latitud 0º). Esto implica que la integral de sec(ℓ) debe calcularse para cada latitud. Afortunadamente, dicha integral tiene una solución que es (con la Latitud expresada en radianes):

$$\int_0^{\ell_0} \sec(\ell) \cdot \mathrm{d}\ell = \ln\left(\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\ell_0}{2}\right)\right)$$

A partir de aquí, podemos obtener el valor de la distancia, o coordenada *y* (ángulo calculado mediante el radio de la esfera), a partir de la Latitud en grados:

$$y = R \cdot \ln\left(\tan\left(45 + \frac{\ell}{2}\right)\right)$$

Por aquellos años, aunque Wright ya había hallado la fórmula, se necesitaban tablas con los datos correspondientes. El nuevo ángulo calculado recibió el nombre de "Partes de Meridiano". La tabla indicaba, para cada ángulo de Latitud, el nuevo valor calculado. Este valor es aproximadamente de 50 para una latitud de 44,6°, de 100 para una latitud de 70° y de 200 para una Latitud de 86,5°. Por tanto, es posible representar los valores de las "Partes de Meridiano", desde 0 hasta 70, frente a una escala de "partes iguales" que vaya de 0 a 100. O bien, utilizar una primera escala de 0 a 44,6 y una segunda de 44,6 a 70, frente a una escala de "partes iguales" que vaya de 0 a 50.

18 Títulos de Esta Serie

Esta serie se compone de tres artículos:

1- Las Invenciones de Delamain y Oughtred

2- Los Diseños de Delamain y Oughtred

3- Oughtred y Delamain Vistos por Florian Cajori

*** Fin del Documento ***